Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques, BTS Groupement B

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : de 1 à 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Étude du départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse (13 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://btscrsa.fr/assets/annales/bts-crsa/E2 - Mathématiques/2018/BTS CRSA - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Étude du départ d’un train à très haute vitesse et calcul de l’aire d’une pièce

Le départ d’un wagon propulsé dans un tube à basse pression est étudié à l’aide d’une fonction qui modélise la distance parcourue, afin de vérifier l’objectif de vitesse fixé par les ingénieurs. Une pièce prévue pour une gare est ensuite représentée par une figure symétrique dont l’aire hachurée doit être calculée par intégration.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0.

L’équation s’écrit sous la forme fournie $y' + ay = 0$, avec $a = -0{,}2$. Ses solutions sont donc $y(t) = Ce^{-at}$, où C est une constante réelle. Comme $-a = 0{,}2$, on obtient toutes les solutions sur $[0, +\infty[$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = Ce^{0{,}2t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie par g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

1. La dérivée de $g(t) = -15t - 75$ est $g'(t) = -15$.
2. Alors $g'(t) - 0{,}2g(t) = -15 - 0{,}2(-15t - 75) = 3t$.

L’égalité vaut pour tout $t \in [0, 3]$: la fonction proposée vérifie bien l’équation différentielle.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> g est une solution particulière de $y' - 0{,}2y = 3t$.

Question 3°. Déduire de la solution particulière donnée l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

Une solution de l’équation complète est la somme de la solution particulière $g(t) = -15t - 75$ et d’une solution de l’équation homogène associée. Cette dernière est $Ce^{0{,}2t}$, avec une constante réelle C. On obtient ainsi l’ensemble des solutions sur l’intervalle considéré.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = Ce^{0{,}2t} - 15t - 75$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l’équation différentielle qui vérifie la condition initiale f(0) = 0.

1. On part de la solution générale $y(t) = Ce^{0{,}2t} - 15t - 75$.

2. La condition $f(0) = 0$ donne $C - 75 = 0$, donc $C = 75$.
3. On remplace alors C par 75 pour obtenir la fonction décrivant la distance parcourue.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir de l'expression fournie de f'(t), résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Étape	Résultat
Expression de la dérivée	$15(e^{0,2t} - 1) \geq 0$
Résolution	$e^{0,2t} \geq 1$, donc $t \geq 0$
Sur $[0, 3]$	Tous les réels de l'intervalle conviennent

La dérivée est nulle en $t = 0$, puis positive jusqu'à 3.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f'(t) les variations de la fonction f sur [0, 3].

Puisque $f'(t) \geq 0$ sur $[0, 3]$, la fonction f y est croissante. Aux bornes, $f(0) = 0$ et $f(3) = 75e^{0,6} - 120 \approx 16,659$. Le tableau de variation comporte donc une seule montée de 0 à cette valeur finale.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> f est croissante de 0 à $75e^{0,6} - 120 \approx 16,659$ sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième de kilomètre.

1. On évalue la fonction en une minute : $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15$.
2. Le calcul donne environ $1,6052$ km. Arrondi au dixième de kilomètre, le résultat est $1,6$ km.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $1,6$ km.

Question 3° a). Déterminer la vitesse du wagon à t = 2 minutes en kilomètres par minute et arrondir le résultat au dixième.

La vitesse instantanée est donnée par $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$, en km/min. À $t = 2$, cela donne $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7,3774$ km/min. Après arrondi au dixième, on obtient la vitesse demandée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $7,4$ km/min.

Question 3° b). À partir de la vitesse obtenue à t = 2 minutes et de l'objectif fixé dans l'énoncé, déterminer si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

À 2 minutes, la vitesse vaut environ $7,3774$ km/min, soit $7,3774 \times 60 \approx 442,642$ km/h. Elle dépasse 400 km/h. De plus, la vitesse est continue et croissante, donc elle atteint 400 km/h avant 2 minutes, comme l'exige l'objectif.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, l'objectif est atteint en moins de 2 minutes.

Question 4°. Choisir, parmi les trois propositions, l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

La tangente en $t = 2$ a pour équation $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. En remplaçant par les expressions de $f(2)$ et $f'(2)$, on obtient l'équation de la troisième proposition.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Troisième proposition : $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir, parmi les propositions, l'aire du rectangle OPQR représenté sur la figure, en unités d'aire. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Sur la figure, le rectangle OPQR s'étend de $x = 0$ à $x = 3$, et de $y = 0$ à $y = 2,25$. Son aire est donc $3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire. Il s'agit de la troisième proposition.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie de g, calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3.

1. Comme $g(x) \geq 0$ sur $[0, 3]$, $A_2 = \int_0^3 g(x)\,dx$.
2. Avec la primitive fournie : $A_2 = \left[\frac{27}{4}\ln(x^2+9)\right]_0^3$.
3. Donc $A_2 = \frac{27}{4}(\ln 18 - \ln 9) = \frac{27}{4}\ln 2$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4{,}679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A de la pièce, en unités d'aire, et arrondir au millième.

Par symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, l'aire hachurée est le double de l'aire comprise entre la droite supérieure et la courbe sur $[0, 3]$. Ainsi, $A = 2(A_1 - A_2) = 2\left(6{,}75 - \frac{27}{4}\ln 2\right)$. L'unité graphique étant le mètre, l'aire s'exprime en mètres carrés.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A \approx 4{,}143\ \text{m}^2$.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse

L'exercice étudie deux types d'obsolescence dans une population de smartphones, puis modélise le nombre de téléphones non réparables dans un lot prélevé au service après-vente. Il se termine par un test bilatéral visant à vérifier une affirmation sur l'opinion concernant une marque à partir d'un échantillon.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des informations de l'énoncé et de la population de 200 smartphones, recopier et compléter le tableau d'effectifs croisant les obsolescences technique et logicielle.

Sur 200 smartphones, 3 % donnent 6 cas techniques et 8 % donnent 16 cas logiciels. Parmi ces 16, 12,5 % correspondent à 2 cas touchés par les deux obsolescences. Les autres effectifs se complètent par différence.

Smartphones	Obsolescence logicielle	Sans obsolescence logicielle	Total
Obsolescence technique	2	4	6
Sans obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Effectifs : 2, 4, 14 et 180 ; totaux : 6, 194, 16 et 184.

Question 2°. Donner les probabilités P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique, L l'obsolescence logicielle et P_L(T) la probabilité de T sachant L.

Les pourcentages de l'énoncé donnent directement les probabilités de T et de L. La proportion conditionnelle est donnée parmi les smartphones touchés par L : elle correspond donc à la probabilité de T sachant L.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T) = 0,03 ; P(L) = 0,08 ; $P_L(T)$ = 0,125.

Question 3° a). Calculer la probabilité P(T ∩ L) qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle.

Par définition de la probabilité conditionnelle, **P(T ∩ L) = P(L) × P_L(T)**. On obtient 0,08 × 0,125 = 0,01.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T ∩ L) = 0,01.

Question 3° b). Calculer la probabilité P(T ∪ L) qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

1. La formule de réunion est P(T ∪ L) = P(T) + P(L) − P(T ∩ L).
2. Donc P(T ∪ L) = 0,03 + 0,08 − 0,01.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T ∪ L) = 0,10.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité d'une obsolescence logicielle sachant que le smartphone est touché par une obsolescence technique.

La probabilité conditionnelle recherchée est le rapport entre l'intersection et la probabilité de T : P_T(L) = P(T ∩ L) / P(T) = 0,01 / 0,03. L'exercice demande un arrondi au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P_T(L) ≈ 0,333.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

> Chaque tirage est une épreuve de Bernoulli : la probabilité d'obtenir un smartphone non réparable est 0,045. Les tirages sont assimilés à des tirages avec remise, donc indépendants, et leur nombre est fixé à 50. X compte le nombre de smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

X suit la loi binomiale B(50 ; 0,045).

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 soient réparables.

Tous les smartphones réparables signifie X = 0. La probabilité qu'un smartphone soit réparable est 1 − 0,045 = 0,955. Par indépendance des 50 tirages, la probabilité recherchée est $0{,}955^{50}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(X = 0) ≈ 0,100.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme fourni et compléter le tableau avec les valeurs de P(X = i) et de S pour i allant de 0 à 3.

On calcule les probabilités de la loi binomiale B(50 ; 0,045), puis on cumule ces probabilités dans la variable S. Les valeurs sont arrondies au millième, comme demandé dans l'énoncé.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat dans le contexte du nombre de smartphones non réparables dans le lot.

L'algorithme additionne les probabilités pour X = 0, 1, 2 et 3. La somme obtenue est donc P(X ≤ 3), c'est-à-dire la probabilité qu'un lot comporte au plus trois smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S ≈ 0,813 : environ 81,3 % des lots comptent au plus 3 smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le contexte d'un lot de 50 smartphones.

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, E(X) = np. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. C'est le nombre moyen de smartphones non réparables par lot sur un grand nombre de lots.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H0, choisir la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95. Une seule des trois propositions est exacte.

Pour une loi normale, l'intervalle central de 95 % est approximativement situé à 1,96 écart type de la moyenne. Ainsi, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252, soit 0,07 au centième. C'est la proposition à retenir.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> h ≈ 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %, pour H0 : p = 0,55 et H1 : p ≠ 0,55.

Au seuil de 5 %, on ne rejette pas H_0 si la fréquence observée appartient à l'intervalle central de 95 % sous H_0. Avec h arrondi à 0,07, ses bornes sont 0,55 − 0,07 et 0,55 + 0,07.

- Si 0,48 ≤ f ≤ 0,62 : ne pas rejeter H_0.
- Sinon : rejeter H_0.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Rejeter H_0 si f est hors de [0,48 ; 0,62] ; sinon, ne pas la rejeter.

Question 3°. À partir des réponses des 76 personnes sur les 180 interrogées, conclure le test concernant l'affirmation selon laquelle 55 % des Français pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée.

La fréquence observée vaut 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de l'intervalle de non-rejet. On rejette donc H_0 au seuil de 5 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

On rejette H_0 : l'affirmation p = 0,55 n'est pas validée au seuil de 5 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS Groupement B, session 2018, code MATGRB1, dure deux heures et son coefficient dépend de la spécialité. Les deux exercices, notés chacun sur 10 points, portent sur le départ d'un train à très haute vitesse et l'obsolescence programmée des smartphones. Ils évaluent équations différentielles, fonctions, calcul intégral, probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' - 0,2y = 3t, les solutions s'obtiennent en ajoutant une solution particulière à la solution générale de l'équation homogène.
- Si f représente une distance en fonction du temps, f'(t) donne la vitesse instantanée, et la tangente en a a pour équation y = f'(a)(t - a) + f(a).
- L'aire sous une fonction positive g entre 0 et 3 se calcule par l'intégrale de 0 à 3 de g(x), évaluée à l'aide d'une primitive.
- Pour X suivant B(n, p), E(X) = np; pour un test bilatéral, la fréquence observée se compare à l'intervalle d'acceptation sous H0.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités : la distance est en kilomètres, le temps en minutes et la vitesse demandée en kilomètres par minute.
- Pour une tangente en a, utiliser y = f'(a)(t - a) + f(a) et évaluer correctement les deux termes.
- Dans un tableau d'effectifs, vérifier les totaux des lignes et des colonnes ainsi que l'effectif global de 200 smartphones.
- Pour le test bilatéral, comparer la fréquence observée à l'intervalle de décision avant de conclure au seuil de 5 %.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer la vitesse du wagon à partir de la fonction distance ?

La vitesse instantanée est donnée par la dérivée f'(t). À t = 2 minutes, calculez f'(2), exprimez le résultat en kilomètres par minute, puis convertissez l'objectif de 400 km/h dans la même unité pour comparer.

Q : Comment reconnaître une loi binomiale dans la partie sur les smartphones ?

Il faut un nombre fixe d'essais, deux issues possibles, une probabilité constante et des tirages indépendants. L'énoncé assimile les prélèvements à des tirages avec remise : X suit donc une loi B(50, 0,045).

Q : Comment organiser son temps dans cette épreuve de deux heures ?

Le sujet comporte deux exercices de 10 points, et les parties de chaque exercice peuvent être traitées indépendamment. Répartissez votre temps entre les exercices, avancez les questions accessibles et gardez quelques minutes pour vérifier les unités et les arrondis.

Q : Que faut-il indiquer pour conclure correctement le test d'hypothèse ?

Calculez la fréquence observée, comparez-la aux bornes de l'intervalle de décision sous H0, puis dites si H0 est rejetée au seuil de 5 %. Formulez la conclusion dans le contexte, sans présenter le résultat comme une preuve absolue.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btscrsa.fr/assets/annales/bts-crsa/E2 - Mathématiques/2018/BTS CRSA - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Conception et Réalisation de Systèmes Automatiques : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.